

# MODELOS HETEROCEDÁSTICOS

Aplicações com o *software* Eviews

**Daniel Müller**

Texto de apoio

# **MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE**

**Aplicações com o *software* Eviews**

Daniel Müller (ISEG/UTL)

MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE  
Aplicações com o *software* Eviews

---

**Nota prévia:**

O presente texto constitui um documento de apoio ao mini-curso, **Modelos Heterocedásticos: aplicações com o *software* Eviews**, a realizar no âmbito dos trabalhos do X Congresso Anual da Sociedade Portuguesa de Estatística.

Este mini-curso, que irá abordar um tema particular na área das Séries Temporais, terá na sua totalidade uma duração de cerca de quatro horas e meia, e será dedicado a todos os congressistas, quaisquer que sejam os domínios científicos a que, em geral, estejam afectos. É de esperar, portanto, uma assistência heterogénea e diversificada, em termos de interesses científicos no campo da Estatística.

Foi precisamente esta circunstância, que levou a optar-se por realizar um curso com características generalistas e de divulgação de uma classe específica de modelos para séries temporais, com grande aplicação e destaque na análise de séries financeiras, onde será evidenciado e privilegiado o estudo concreto de algumas séries com recurso a um *software* apropriado. Intencionalmente, procurou-se aligeirar, tanto quanto possível, os desenvolvimentos teóricos respeitantes a este tema, deixando para as referências bibliográficas indicadas o estudo aprofundado de tais modelos.

Existem uma multiplicidade de modelos para proceder à análise de séries temporais financeiras, as quais apresentam características típicas de não linearidade. Destacamos, em particular, os modelos SETAR, os modelos bilineares e as diversas classes de modelos heterocedásticos. No entanto, limitações óbvias de tempo, levam-nos a tratar, no mini-curso, apenas de alguns dos modelos pertencentes à última classe referida, ou seja, iremos destacar especificamente os modelos ARCH e GARCH.

Lisboa, Junho de 2002

Daniel Müller

MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE  
Aplicações com o *software* Eviews

---

## 1. INTRODUÇÃO

Os modelos que iremos tratar neste trabalho são não lineares e têm, sobretudo, grande aplicação na análise de séries temporais financeiras, em particular, na modelação e previsão do valor médio condicional e da variância condicional de tais séries, ou, por outras palavras, do rendimento e do risco dos activos financeiros (volatilidade).

Como será ilustrado, as séries financeiras apresentam características típicas de não linearidade. Encontramos nelas a presença ocasional de sequências de observações aberrantes e a existência plausível de regimes onde o rendimento e a volatilidade apresentam comportamentos dinâmicos diferentes, ou seja, variam ao longo do tempo. Observam-se, por exemplo, nestas séries, períodos de grandes movimentos nos preços, alternados com períodos durante os quais os preços dificilmente se alteram.

Além dos modelos heterocedásticos, existem outros modelos não lineares que permitem analisar séries temporais financeiras. Destacamos, em particular, os modelos SETAR e os bilineares. No entanto, está fora do âmbito deste trabalho o estudo de tais modelos.

Limitações óbvias de tempo, levam-nos a abordar, neste curso, apenas os modelos pertencentes às classes ARCH e GARCH introduzidos por Engle (1982) e Bollerslev (1986). Outros tipos de modelos heterocedásticos, tais como os TARCH e EGARCH, não serão objecto de estudo neste trabalho, encontrando-se na bibliografia indicada referências a estes modelos.

Com o propósito de ilustrar o alcance prático dos modelos que nos propomos tratar, começemos por analisar o seguinte exemplo, no qual se consideram dois modelos distintos,

$$X_t = \varepsilon_t \cdot (0.05)^{1/2}$$

$$Y_t = \varepsilon_t \cdot (0.05 + 0.6Y_{t-1}^2 + 0.3Y_{t-2}^2)^{1/2}$$

onde  $\varepsilon_t$  é um ruído branco de valor médio nulo e variância unitária. O segundo modelo representa um **ARCH(2) estacionário** como se verá adiante.

Em relação a estes dois modelos, verifica-se que os respectivos valores médios e variâncias são constantes,

$$E(X_t) = 0 \text{ e } Var(X_t) = 0.05$$

$$E(Y_t) = E[E(Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots)] = 0 \text{ e uma vez que } Y_t \text{ é estacionário,}$$

$$\begin{aligned} Var(Y_t) &= Var[E(Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots)] + E[Var(Y_t|Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots)] \\ &= 0.05 + 0.6E(Y_{t-1}^2) + 0.3E(Y_{t-2}^2) \\ &= 0.05 + 0.6Var(Y_t) + 0.3Var(Y_t) \Rightarrow Var(Y_t) = 0.5 \end{aligned}$$

Além disso, o processo  $Y_t$  tal como  $X_t$  é um ruído branco, com efeito,

$$E[Y_t Y_{t-k}] = E[E[Y_t Y_{t-k} | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots]] = 0,$$

ou seja, **ambos os processos representam ruídos brancos estacionários até à segunda ordem**<sup>1</sup>. No entanto, estes dois processos, apesar de apresentarem variâncias constantes, as respectivas variâncias condicionais diferem substancialmente. Enquanto o processo  $X_t$  tem uma variância condicional igual à variância não condicional, o processo  $Y_t$  tem uma variância condicional aleatória,

$$Var[Y_t | Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots] = 0.05 + 0.6Y_{t-1}^2 + 0.3Y_{t-2}^2.$$

---

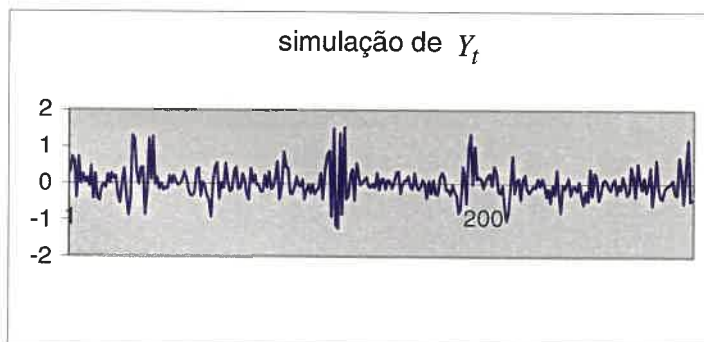
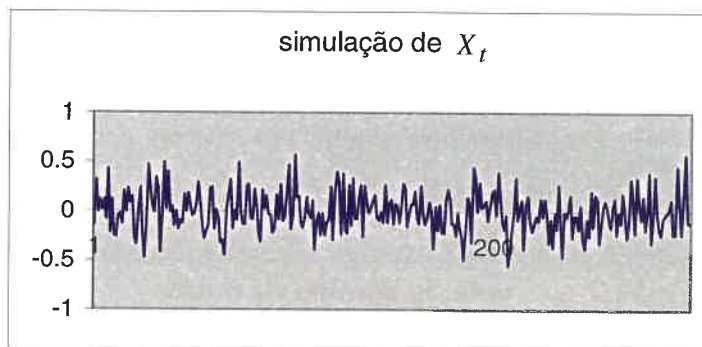
<sup>1</sup> Para facilitar a exposição referiremos um processo estacionário até à 2ª ordem, apenas por estacionário.

---

MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE  
Aplicações com o software Eviews

---

Este facto conduz a que as realizações destes processos apresentem características notoriamente diferenciadas, como se pode verificar pelos gráficos seguintes das respectivas simulações,



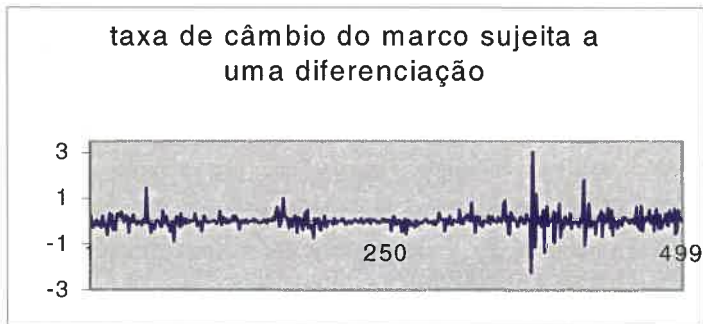
Observa-se, que os valores de  $X_t$  apresentam uma variabilidade homogénea ao longo do tempo, enquanto que, por exemplo em relação à realização de  $Y_t$ , verifica-se que existem períodos nos quais grandes (pequenos) valores de  $Y_{t-1}$  são seguidos por grandes (pequenos) valores



MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE  
Aplicações com o *software* Eviews

de  $Y_t$ , permitindo concluir que os modelos de tipo ARCH podem ser adequados para descrever séries temporais que verificam esta característica.

Os dados financeiros e monetários são, em geral, exemplos da situação acabada de descrever, onde sucedem-se períodos em que a volatilidade, entendida como a variabilidade instantânea, é elevada e outros em que é reduzida. A taxa de câmbio diária do marco em escudos para o período compreendido entre 1 de Janeiro de 1990 e 2 de Março de 1994 ilustra este tipo de situação, como se pode verificar pela análise desta série após se ter efectuado uma diferenciação simples para eliminar a correspondente tendência,



## 2. MODELO ARCH

Um processo  $X_t$  diz-se um processo de **heterocedasticidade condicional autoregressiva de ordem q**, ARCH(q), se,

$$X_t = \varepsilon_t \cdot (\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q X_{t-q}^2)^{1/2}, \quad \alpha_q \neq 0$$

onde  $\varepsilon_t$  são variáveis aleatórias IID de valor médio nulo e variância unitária, e os parâmetros são tais que,  $\alpha_0 > 0$  e  $\alpha_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, q-1$ ,  $\alpha_q > 0$

Podemos demonstrar-se, JC Hamilton (1994), que um processo ARCH(q) é **estacionário** se e só se  $\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1$ . Nestas condições, facilmente se verifica que para um processo deste tipo se tem,

$$\begin{aligned} E[X_t] &= 0 \\ \text{Var}[X_t] &= \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i} \\ E[X_t X_{t-k}] &= 0, \quad k = 1, 2, \dots \end{aligned}$$

ou seja, um ARCH estacionário representa um ruído branco de valor médio nulo e variância constante. No entanto, a respectiva variância condicional é aleatória,

$$\begin{aligned} \text{Var}[X_t | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots] &= E[X_t^2 | X_{t-1}, X_{t-2}, \dots] = \\ &= \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q X_{t-q}^2 \end{aligned}$$

Considere-se um processo ARCH(q),

$$X_t = \varepsilon_t \cdot \sigma_t, \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i X_{t-i}^2,$$

somando e subtraindo  $\sigma_t^2$  ao correspondente processo  $X_t^2$  tem-se,

$$\begin{aligned} X_t^2 &= \varepsilon_t^2 \sigma_t^2 \\ &= \sigma_t^2 + (\varepsilon_t^2 \sigma_t^2 - \sigma_t^2) \\ &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i X_{t-i}^2 + v_t \quad \text{com} \quad v_t = \varepsilon_t^2 \sigma_t^2 - \sigma_t^2, \end{aligned}$$

em que,

$$\begin{aligned} E[v_t] &= 0 \\ E[v_t v_{t-k}] &= 0. \end{aligned}$$

Além disso, demonstra-se, JC Hamilton (1994), que  $v_t$  tem variância constante desde que exista o momento  $E(X_t^4)$ , em particular, para um ARCH(1) em que  $\varepsilon_t$  tem distribuição normal reduzida tem-se,

$$\text{Var}(v_t) = \frac{2\alpha_0^2(1+\alpha_1)}{(1-3\alpha_1^2)(1-\alpha_1)}, \text{ com } \alpha_1^2 < \frac{1}{3} \quad (\alpha_1 < 0.58).$$

Ou seja,  $v_t$  é um ruído branco estacionário caso exista o quarto momento  $E(X_t^4)$ , conseqüentemente pode concluir-se que se  $X_t$  é um processo ARCH( $q$ ) então o processo  $X_t^2$  admite uma representação autoregressiva AR( $q$ ) e, portanto, será bem caracterizado em termos das correspondentes funções FAC e FACP. Tendo-se, em particular, que esta última função (FACP) apresentará um decaimento brusco para zero a partir do desfasamento  $q$ .

Conclui-se desta forma, que é possível proceder à **identificação da ordem  $q$  de um processo ARCH** através da análise das funções FAC e FACP amostrais do correspondente processo  $X_t^2$ . No entanto, esta metodologia de identificação dever ser utilizada com prudência e a título indicativo, uma vez que ao exigir-se a existência do momento de quarta ordem estão-se a impor condições restritivas sobre os parâmetros do modelo ARCH ( $\alpha_1 < 0.58$  no caso de um ARCH(1)).

Identificada a ordem de um ARCH da maneira mencionada, esta pode, depois, ser confirmada através de um teste sobre a hipótese nula,

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0,$$

com base na informação fornecida pelas  $N$  observações da série temporal,  $X_1, \dots, X_N$ .

A rejeição desta hipótese confirma a existência de um efeito ARCH num ruído branco e aplicada conjuntamente com a metodologia anteriormente descrita auxilia o processo de identificação da correspondente ordem do processo ARCH que irá descrever a série em estudo.

Na efectuação deste teste, desenvolvido por Engle (1982), considera-se a regressão da variável  $X_t^2$  sobre  $q$  dos seus próprios valores desfasados,

$$X_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q X_{t-q}^2 + e_t$$

e toma-se como estatística de teste a variável  $NR^2$  que se demonstra ter assintoticamente a distribuição de um  $\chi^2$  com  $q$  graus de liberdade sob a hipótese nula ( $X_t \text{ IID } N(0, \sigma^2)$ ), onde  $R^2$  representa o coeficiente de determinação da regressão considerada.

Após a identificação da ordem de um modelo ARCH, os seus parâmetros podem ser **estimados** pelo método da máxima verosimilhança, admitindo que as variáveis  $\mathcal{E}_t$  são IID e normais reduzidas. Não desenvolveremos os aspectos respeitantes a esta etapa de análise uma vez que em termos práticos o *software* disponível, EViews, permite realizá-la sem qualquer dificuldade. Detalhes sobre o processo de estimação dos parâmetros deste modelo encontram-se na bibliografia indicada

Identificado o modelo ARCH e estimados os respectivos parâmetros, segue-se a **avaliação do diagnóstico** que deve ser realizada tendo em consideração os seguintes aspectos :

- Análise da **significância estatística dos parâmetros** ARCH estimados com base nos correspondentes rácios-t, de acordo com a regra tradicional que considera cada parâmetro estatisticamente significativo ao nível de 5% desde que o seu rácio-t seja em módulo superior a 2 ;

- Análise dos **resíduos estandardizados**, ou seja, da série  $\hat{\mathcal{E}}_t = \frac{\hat{X}_t}{\hat{\sigma}_t}$ ,

onde  $\hat{X}_t$  e  $\hat{\sigma}_t$  representam respectivamente os valores da série simulada pelo modelo ARCH ajustado e a estimativa da variância condicional em cada instante. **Estes resíduos terão verificar os critérios seguintes :**

- **Apresentar uma distribuição normal reduzida** : a normalidade pode ser verificada através dos coeficientes de **kurtosis** e de **assimetria**. Como é bem sabido, numa variável normal o primeiro toma o valor 3

e o segundo 0. O teste de Bera-Jarque permite testar conjuntamente estes valores sob a hipótese nula da normalidade dos resíduos através de uma estatística que se demonstra ter uma distribuição assintótica de um  $\chi^2$  com 2 graus de liberdade.

- **Serem não correlacionados** : a análise da FACP e da FACP residuais conduz ao estudo da correlação dos resíduos através das metodologias habituais utilizadas em séries temporais.
- **Serem desprovidos de qualquer efeito ARCH** : o efeito ARCH nos resíduos pode ser investigado pelo teste anteriormente mencionado de Engle(1982).

### 3. MODELO GARCH

Um processo  $X_t$  diz-se um processo de **heterocedasticidade condicional autoregressiva generalizada**, GARCH(p,q), se,

$$X_t = \varepsilon_t \sigma_t, \text{ com } \sigma_t = (\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q X_{t-q}^2 + \delta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \delta_p \sigma_{t-p}^2)^{1/2},$$

onde  $\varepsilon_t$  são variáveis aleatórias IID de valor médio nulo e variância unitária, e os parâmetros são tais que,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$   $i = 1, 2, \dots, q-1$ ,  $\alpha_q > 0$  e  $\delta_i \geq 0$   $i = 1, 2, \dots, p$ . Como facilmente se pode verificar,  $\sigma_t$  representa, agora, a **variância condicionada** do processo GARCH.

Constatamos, além disso, que o modelo GARCH generaliza o modelo ARCH, tendo-se, em particular que GARCH(0,q)=ARCH(q).

O modelo GARCH pode ser escrito numa forma compactada tomando,

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \delta(1)} + \frac{\alpha(B)}{1 - \delta(B)} X_t^2,$$

com  $\alpha(B) = \alpha_1 B + \dots + \alpha_q B^q$  e  $\delta(B) = \delta_1 B + \dots + \delta_p B^p$ .

Admitindo que as raízes de  $1 - \delta(B) = 0$  estão fora do círculo unitário tem-se,

$$\sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^p \delta_i} + \sum_{j=1}^{\infty} \psi_j X_{t-j}^2,$$

o que prova que um GARCH(p,q) admite uma representação ARCH( $\infty$ ).

Um processo GARCH será **um ruído branco estacionário** se for verificada a condição,

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{i=1}^p \delta_i < 1,$$

com efeito, pode demonstrar-se que,

$$E[X_t] = 0$$

$$E[X_t X_{t-k}] = 0$$

$$\text{var}[X_t] = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{i=1}^p \delta_i}.$$

De forma análoga à que foi realizada para o modelo ARCH, pode verificar-se que ao modelo GARCH(p,q) corresponde um processo  $X_t^2$  que admite uma representação ARMA(max{p,q},q), desde que o momento de 4ª ordem exista,  $E[X_t^4] < \infty$ . Com efeito, prova-se que,

$$X_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \delta_i X_{t-i}^2 - \sum_{i=1}^p \delta_i v_{t-i} + v_t,$$

com  $v_t = X_t^2 - \sigma_t^2$  variável não correlacionada, de valor médio nulo e variância constante. Deste modo, as ordens p e q de um GARCH podem ser identificadas através da metodologia Box-Jenkins, com base na análise das funções FAC e FACP de  $X_t^2$ .

Identificado e estimado um modelo GARCH, a **avaliação do diagnóstico** é realizada de maneira semelhante à descrita para os modelos ARCH.

#### 4. PREVISÃO

Do ponto de vista das aplicações, a previsão dos processos ARCH e GARCH é pouco interessante, uma vez que os preditores são sempre nulos devido ao facto de, por hipótese, o processo  $\varepsilon_t$  ter valor médio nulo. Com efeito,

$$\begin{aligned} X_t(1) &= E[X_{t+1} | X_t, X_{t-1}, \dots] \\ &= E[\varepsilon_{t+1} \sigma_{t+1} | X_t, X_{t-1}, \dots] \\ &= \sigma_{t+1} E[\varepsilon_{t+1}] = 0 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} X_t(m) &= E[X_{t+m} | X_t, X_{t-1}, \dots] \\ &= E[\varepsilon_{t+m} \sigma_{t+m} | X_t, X_{t-1}, \dots] \\ &= E[\varepsilon_{t+m}] E[\sigma_{t+m} | X_t, X_{t-1}, \dots] = 0 \end{aligned}$$

No entanto, a importância destes modelos reside na sua aplicação ao estudo de séries financeiras, permitindo, em particular, proceder à estimação e à previsão da volatilidade, ou seja, da variância condicionada  $\sigma_t^2$ .

Ora, um **preditor para a variância condicionada** obtém-se tomando,

$$\sigma_t^2(m) = E[\sigma_{t+m}^2 | X_t, X_{t-1}, \dots].$$

Este preditor para alguns dos principais modelos anteriormente estudados vem dado por:

- **Modelo ARCH(1)**:  $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2$

Para um horizonte de previsão a um passo ( $m=1$ ),

$$\sigma_t^2(1) = E[\sigma_{t+1}^2 | X_t, X_{t-1}, \dots] = \alpha_0 + \alpha_1 X_t^2,$$

vindo por substituições sucessivas,

$$\sigma_t^2(m) = E[\sigma_{t+m}^2 | X_t, X_{t-1}, \dots] = \alpha_0(1 + \alpha_1 + \dots + \alpha_1^{m-1}) + \alpha_1^m X_t^2.$$

- **Modelo GARCH(1,1)**:  $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \delta_1 \sigma_{t-1}^2$

Para um horizonte de previsão a um passo ( $m=1$ ),

$$\sigma_t^2(1) = E[\sigma_{t+1}^2 | X_t, X_{t-1}, \dots] = \alpha_0 + \alpha_1 X_t^2 + \delta_1 \sigma_t^2,$$


---

vindo por substituições sucessivas,

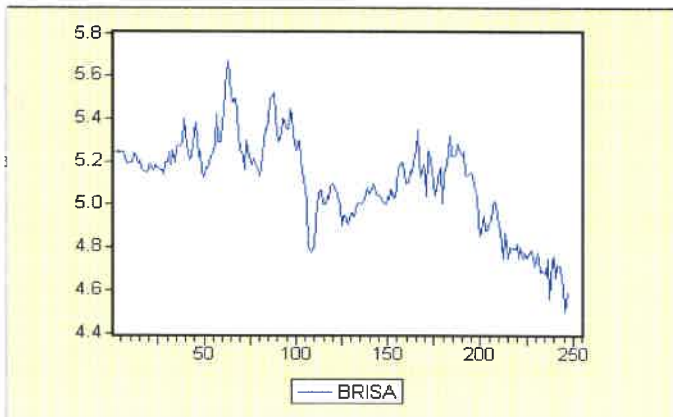
$$\sigma_t^2(m) = E[\sigma_{t+m}^2 | X_t, X_{t-1}, \dots] = \alpha_0 \sum_{i=1}^{m-1} (\alpha_1 + \delta_1)^i + (\alpha_1 + \delta_1)^{m-1} \sigma_{t+1}^2$$

Fazemos notar que, em ambos os casos, se pode verificar que aumentando suficientemente o horizonte de previsão a correspondente variância condicionada tende para a variância não condicionada do processo,  $\sigma^2 = \text{Var}[X_t]$ .

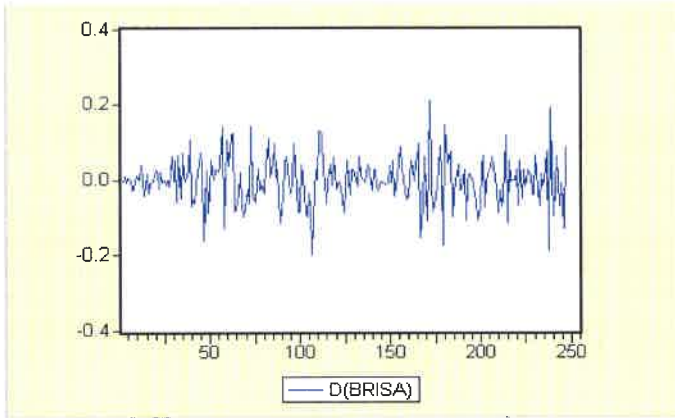
## 5. EXEMPLO

O exemplo que iremos apresentar será realizado com auxílio do *software* Eviews e os resultados expostos correspondem a *outputs* deste mesmo *software*.

Considere-se a série da cotação das acções da BRISA durante um período de 247 dias. O respectivo cronograma mostra que esta série não se encontra estacionarizada, sendo necessário proceder a uma diferenciação simples, como se pode verificar pela observação dos correspondentes gráficos,



MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE  
Aplicações com o software Eviews

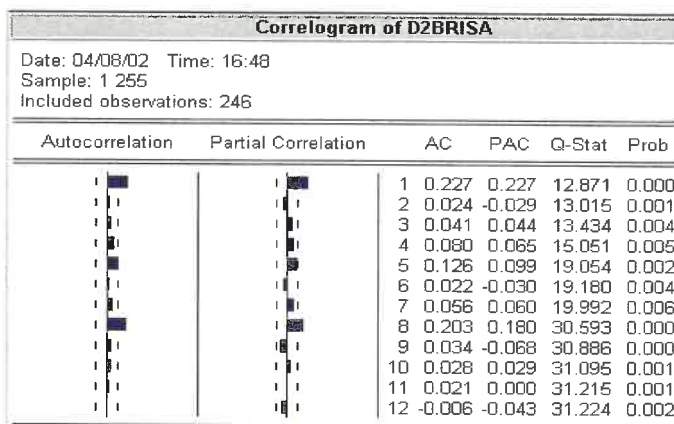


A FAC e a FACP da série diferenciada, D(BRISA), mostram que estamos em presença de um ruído branco, de facto, ambas as funções são estatisticamente nulas e a estatística  $Q$  tem um  $P$ -value igual a 0.777. No entanto, a análise destas mesmas funções para o quadrado da série diferenciada, D2BRISA, sugere a existência de um efeito ARCH de ordem 8, a respectiva FACP apresenta um corte brusco para zero após o desfazamento  $k=8$ . Com efeito, os *outputs* fornecidos para estas duas séries são,

Correlogram of D(BRISA)						
Date: 04/08/02 Time: 16:43						
Sample: 1 255						
Included observations: 246						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1 -0.034	-0.034	0.2844	0.594	
		2 -0.074	-0.075	1.6517	0.438	
		3 0.034	0.029	1.9453	0.584	
		4 -0.087	-0.092	3.8751	0.423	
		5 -0.038	-0.039	4.2316	0.517	
		6 0.064	0.048	5.2850	0.508	
		7 -0.099	-0.098	7.7870	0.352	
		8 -0.015	-0.019	7.8431	0.449	
		9 -0.002	-0.028	7.8438	0.550	
		10 0.009	0.018	7.8633	0.642	
		11 -0.024	-0.039	8.0175	0.712	
		12 -0.017	-0.032	8.0971	0.777	

→ P-value

**MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE**  
Aplicações com o *software* Eviews



Nestas condições, estimou-se, após diversas tentativas, um modelo ARCH(9) para a série diferenciada, tendo-se obtido os resultados seguintes,

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	0.000453	0.000214	2.120603	0.0340
ARCH(1)	0.419605	0.124213	3.378118	0.0007
ARCH(2)	0.136216	0.086468	1.575322	0.1152
ARCH(3)	0.049798	0.078321	0.636811	0.5249
ARCH(4)	0.040913	0.062175	0.658031	0.5105
ARCH(5)	-0.008274	0.049885	-0.165860	0.8683
ARCH(6)	0.061385	0.083578	0.734456	0.4627
ARCH(7)	0.226920	0.112661	2.014177	0.0440
ARCH(8)	0.232161	0.109419	2.121758	0.0339
ARCH(9)	-0.074913	0.027126	-2.761678	0.0058

Neste modelo estimado, verifica-se que os coeficientes  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_7, \alpha_8$  e  $\alpha_9$  são estatisticamente significativos, uma vez que os correspondentes *rácios t* são em módulo superiores a 1.96.

**MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE**  
 Aplicações com o *software* Eviews

No que diz respeito à análise da série residual estandardizada deste modelo, obtiveram-se os resultados abaixo indicados, os quais permitem concluir que se está em presença de um bom modelo, uma vez que os diferentes critérios de avaliação do diagnóstico encontram-se todos satisfeitos.

























Com efeito, a série residual tem um comportamento de tipo ruído branco, a FAC e a FACP são estatisticamente nulas e o *P-value* de *Q* é igual a 0.957. Além disso, esta série está desprovida de qualquer efeito ARCH, a FAC e a FACP do quadrado da série residual são estatisticamente nulas, o *P-value* de *Q* é igual a 0.685 e o *P-value* de  $NR^2$  vem igual a 0.586. Por último, não é de rejeitar que tenha uma distribuição normal, uma vez que a aplicação do teste Bera-Jarque conduz à aceitação dos valores 3 e 0 (*P-value* igual a 0.783), respectivamente para os coeficientes de kurtosis e de assimetria, característicos de uma distribuição normal. De facto, obtiveram-se os seguintes *outputs*,

<b>Correlogram of Standardized Residuals</b>						
Date: 04/09/02 Time: 09:47						
Sample: 2 247						
Included observations: 246						
Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.021	0.021	0.1047	0.746
		2	-0.040	-0.041	0.5135	0.774
		3	0.021	0.022	0.6214	0.892
		4	-0.009	-0.012	0.6434	0.958
		5	-0.050	-0.048	1.2791	0.937
		6	0.071	0.072	2.5474	0.863
		7	-0.091	-0.099	4.6763	0.699
		8	0.013	0.027	4.7191	0.787
		9	0.002	-0.011	4.7201	0.858
		10	0.026	0.031	4.9011	0.898
		11	-0.022	-0.020	5.0274	0.930
		12	-0.007	-0.018	5.0406	0.957

**MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE**  
Aplicações com o software Eviews

**Correlogram of Standardized Residuals Squared**

Date: 04/09/02 Time: 09:50  
Sample: 2 247  
Included observations: 246

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.079	0.079	1.5670	0.211
		2	-0.081	-0.088	3.1982	0.202
		3	-0.026	-0.012	3.3708	0.338
		4	0.056	0.053	4.1485	0.386
		5	0.001	-0.011	4.1490	0.528
		6	-0.021	-0.012	4.2582	0.642
		7	-0.073	-0.070	5.6338	0.583
		8	-0.036	-0.030	5.9604	0.652
		9	-0.083	-0.091	7.7450	0.560
		10	0.022	0.030	7.8685	0.642
		11	-0.057	-0.072	8.7207	0.648
		12	-0.043	-0.031	9.2124	0.685

ARCH Test:

F-statistic	0.823220	Probability	0.595310
Obs*R-squared	7.490878	Probability	0.586151

Test Equation:

Dependent Variable: STD\_RESID^2

Method: Least Squares

Date: 04/09/02 Time: 09:53

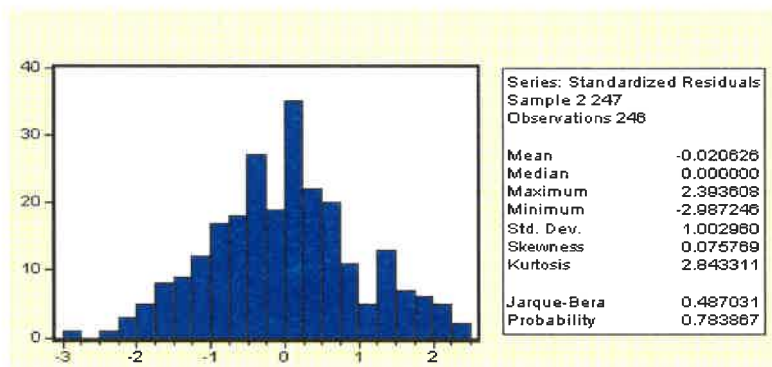
Sample(adjusted): 11 247

Included observations: 237 after adjusting endpoints

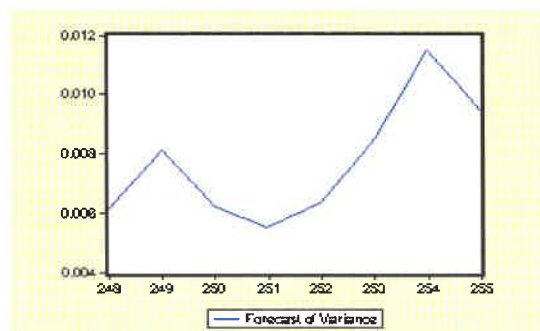
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.254425	0.223298	5.617719	0.0000
STD_RESID^2(-1)	0.072586	0.066046	1.099014	0.2729
STD_RESID^2(-2)	-0.092548	0.066141	-1.399268	0.1631
STD_RESID^2(-3)	-0.020335	0.066312	-0.306656	0.7594
STD_RESID^2(-4)	0.044576	0.066299	0.672350	0.5020
STD_RESID^2(-5)	-0.014641	0.066362	-0.220619	0.8256
STD_RESID^2(-6)	-0.014621	0.066250	-0.220699	0.8255
STD_RESID^2(-7)	-0.079917	0.066199	-1.207218	0.2286
STD_RESID^2(-8)	-0.024772	0.066173	-0.374348	0.7085
STD_RESID^2(-9)	-0.093384	0.065981	-1.415324	0.1583

MODELOS DE HETEROCEDASTICIDADE  
Aplicações com o software Eviews

---



A previsão da variância condicionada (volatilidade) deste activo financeiro, cotação do valor das acções da BRISA, para os oito dias após a última observação vem dada pelo seguinte gráfico,



**BIBLIOGRAFIA**

1. BOLLERSLEV, T (1986). *Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*, Journal of Econometrics 31, 307-37.
2. ENGLE, RF (1982). *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of U. K. inflation*. Econometrica, 50, 987-1008.
3. FRANSES, HP ; DIJK, D (2000). *Non-linear Time Series in Empirical Finance*, Cambridge Univ. Press.
4. HAMILTON, JD (1994). *Time Series Analysis*, Princeton Univ. Press.
5. GOURIÉROUX, C (1997). *ARCH Models and Financial Applications*, Springer.
6. MILLS, TC (1993). *The Econometric Modelling of Financial Time Series*, Cambridge Univ. Press.



Depósito Legal N°: 185157/02  
ISBN: 972-98619-6-X